RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO MÊS DE OUTUBRO – 2011

Sejam X, Y e Z os algarismos do número procurado.

O número é XYZ e temos então: $XYZ = 100X + 10Y + Z$.

Trocando o primeiro algarismo com o segundo fica: $YXZ = 100Y + 10X + Z$.

Como a diferença é de 90, vem.

$$(100Y + 10X + Z) - (100X + 10Y + Z) = 90 \Leftrightarrow 90Y - 90X = 90 \Leftrightarrow Y - X = 1 \Leftrightarrow Y = X + 1$$

Se trocarmos, agora, o segundo algarismo com o terceiro, obtemos:

$XZY = 100X + 10Z + Y$

Como a diferença é de 45, vem.

$$(100X + 10Z + Y) - (100X + 10Y + Z) = 45 \Leftrightarrow 9Z - 9Y = 45 \Leftrightarrow Z - Y = 5 \Leftrightarrow Z = Y + 5$$

Como $Y = X + 1$, deduzimos que $Z = X + 6$.

Logo, X é o menor algarismo e Z é o maior.

Como X não pode ser 0 e Z é no máximo 9, existem três hipóteses para o número procurado.

São elas: 127; 238 e 349.

Mas 127 e 349 não são múltiplos de 7.

Logo, o número que o António pensou é o 238.

Nota: Quando, a partir de número, se obtém outro trocando a ordem dos algarismos e depois se subtraem estes dois números, o resultado obtido é sempre um múltiplo de 9.

Esta afirmação é fácil de demonstrar usando as propriedades dos “noves fora”. Como os dois números que vamos subtrair têm os mesmos algarismos, os “noves fora” dos dois é igual e portanto, a subtração entre eles dá “noves fora nada”, o que implica que o resultado é múltiplo de 9.