RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO MÊS DE NOVEMBRO – 2011

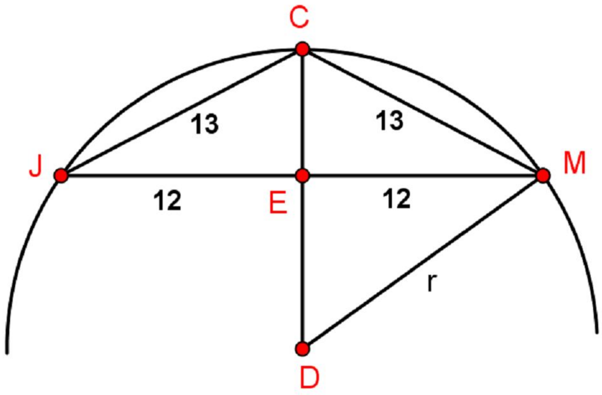
Se o Duarte está a igual distância do João, da Margarida e da Catarina, isso quer dizer que está no centro de uma circunferência que passa pelas posições dos seus três colegas.

Façamos um esquema (ver figura 1) com os dados fornecidos no enunciado e representemos as posições dos quatro alunos pelas iniciais dos respetivos nomes.

Seja r o raio da circunferência, ou seja, a distância de D a M (ou a C ou a J), que é precisamente o valor que queremos encontrar.

Designemos por E o ponto interseção do segmento [JM] com o segmento [CD].

Figura 1



Facilmente se conclui que o ponto E tem de ficar a igual distância de J e de M.

Então, a distância $\overline{EM}$ é metade de 24, ou seja, 12 metros.

Como qualquer corda é perpendicular ao raio da circunferência que passa pelo seu ponto médio, tem-se que a corda [JM] é perpendicular ao raio [CD].

Consideremos o triângulo retângulo [MEC].

Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{EC}^2 + \overline{EM}^2 = \overline{CM}^2 \Leftrightarrow \overline{EC}^2 + 12^2 = 13^2 \Leftrightarrow \overline{EC}^2 = 169 - 144 \Leftrightarrow \overline{EC}^2 = 25$$

Donde, $\overline{EC} = \sqrt{25} = 5$

Consideremos agora o triângulo retângulo [MED].

Usando o teorema de Pitágoras e como $\overline{DE} = r - 5$, vem:

$$\overline{DE}^2 + \overline{EM}^2 = \overline{DM}^2 \Leftrightarrow (r-5)^2 + 12^2 = r^2 \Leftrightarrow r^2 - 10r + 25 + 144 = r^2 \Leftrightarrow 10r = 169 \Leftrightarrow r = 16{,}9$$

Conclusão: o Duarte está a 16,9 metros dos seus colegas